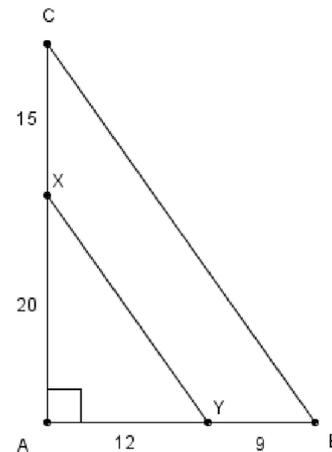


Item 7

Finde **so viele Beweise wie möglich dafür**, dass in der nebenstehende Zeichnung $\overline{XY} \parallel \overline{CB}$ gilt.

Du darfst Hilfslinien einzeichnen, wenn sie dir dabei helfen.

Wenn du mehr Platz brauchst, frage nach zusätzlichen Aufgabenblättern für diese Aufgabe.



Fluency: Each relevant response is given one point.

Flexibility: The number of different categories of relevant responses. Each flexibility category is given one point.

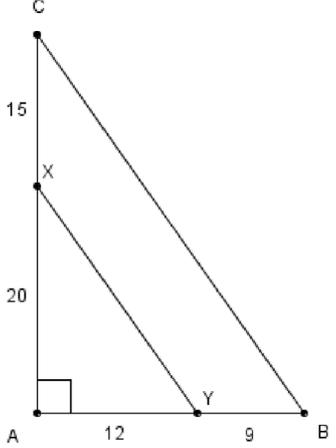
- C1 Responses that use intercept theorem (Strahlensatzes) in the proof.
- C2 Responses that use dilation (Zentrische Streckung) in the proof.
- C3 Responses that use trigonometry (Trigonometrie) in the proof.
- C4 Responses that use similarity (Ähnlichkeit) in the proof.
- C5 Responses that use analytical geometry (Analytische Geometrie) in the proof.
- C6 Responses that use other ideas in the proof.

Originality/Novelty: It is the statistical infrequency of responses in relation to peer group. Each response is given zero, one, two, three or four points according to the following table:

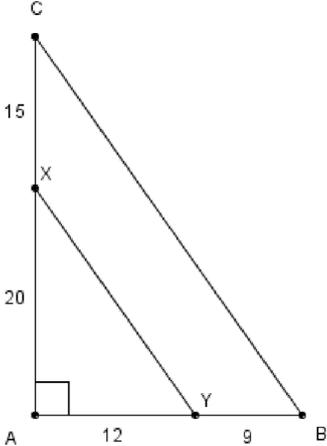
Grading originality points for the geometric creativity test

The number of students who registered the response	1 Student	2 Student	3 Student	4 Student	5 Student
Originality score	4	3	2	1	0

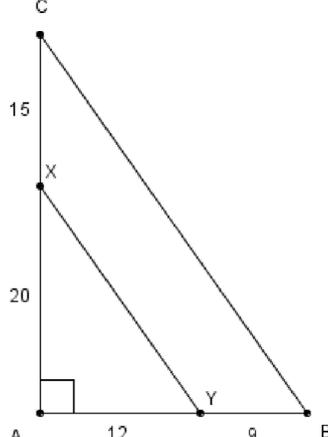
Student 1

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p> $\frac{BA}{YA} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$; $\frac{CA}{XA} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ Da die Teilverhältnisse auf den beiden Strahle AB^+ und AC^+ gleich sind, gilt nach der Umkehrung des ersten Strahlensatzes: $\overline{XY} \parallel \overline{CB}$ (Strahlensatz) </p>	1	C1	0
<p>Zentrische Streckung: Streckzentrum A, Streckfaktor $h = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$ $Z(\triangle AYX) = \triangle ABC$ Weil die Zentrum Streckung parallelentreu ist gilt $\overline{XY} \parallel \overline{CB}$ (Zentrische Streckung)</p>	1	C2	0
Score	2	2	0

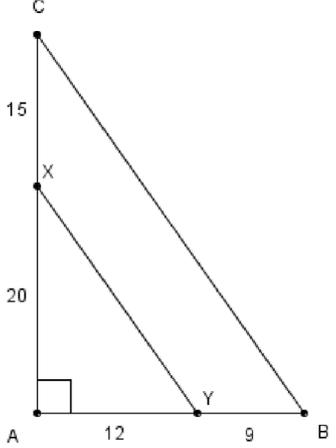
Student 2

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p>\overline{CB} und \overline{XY} haben keinen gemeinsamer Schnittpunkt</p> $\frac{20}{12} = \frac{15}{9}$ $\frac{ \overline{AC} }{ \overline{AX} } = \frac{ \overline{AB} }{ \overline{AY} }$ <p>Fällt man ein Lot auf einer der Strecken, so entsteht auch auf den anderen Strecken eine Senkrechte mit rechtem Winkel.</p>	0	0	0
Score	0	0	0

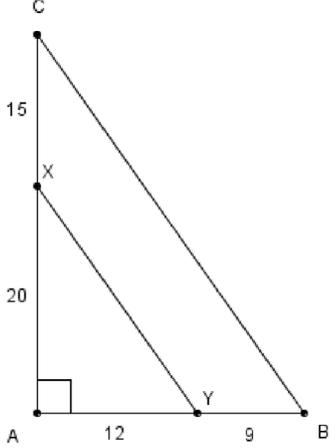
Student 3

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p data-bbox="236 772 981 817">Das Verhältnis von 20 und 12 ist dem 15 zu 9 gleich.</p>			
Score	0	0	0

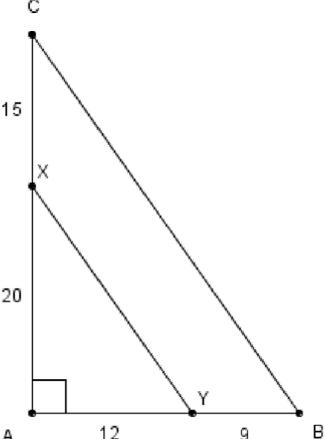
Student 4

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p data-bbox="236 779 1007 931">Cu. D entstanden aus Zentrischer Streckung mit Zentrum A um 1,75 ... : $\angle AXY = \angle ACB$ und $\angle CBA = \angle XYA$ (Zentrische Streckung)</p>	1	C2	0
Score	1	1	0

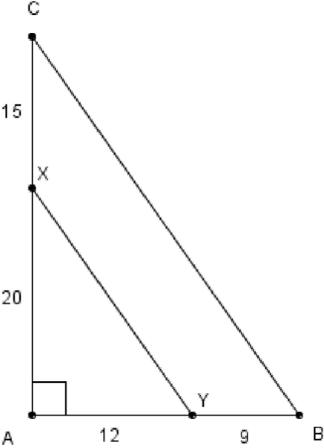
Student 5

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p>\overline{CB} und \overline{XY} haben keinen gemeinsamen Schnittpunkt.</p>	0	0	0
Score	0	0	0

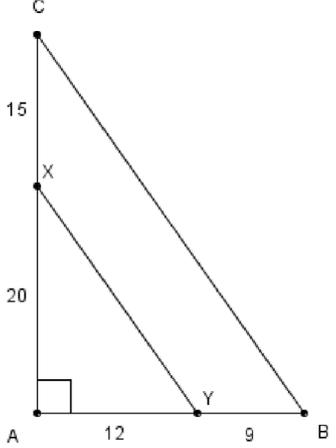
Student 6

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p> $\frac{ AX }{ XC } = \frac{ AY }{ YB } = \frac{4}{20} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$... $XY \parallel CB$ müssen parallel sein! Da gleiches Verhältnis Der Seiten zueinander! (Strahlensatz) </p>	1	C1	0
Score	1	1	0

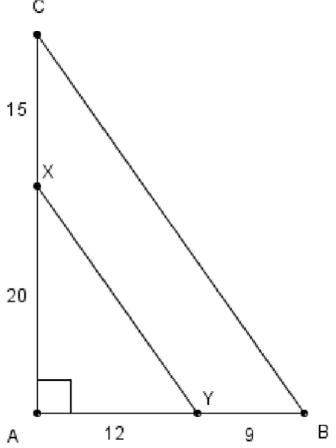
Student 7

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p> $\frac{ CB }{ XY } = \frac{ AC }{ AX }$ $\triangle AXY$ und $\triangle ABC$ sind ähnlich Dreiecke ... rechter Winkel an A. (Ähnlichkeit) </p>	1	C4 1	0
Score	1	1	0

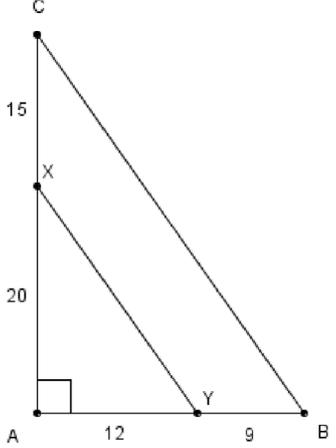
Student 8

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p data-bbox="239 772 414 862"> $\frac{ CA }{ XA } = \frac{ BA }{ YA }$ </p>	0	0	0
Score	0	0	0

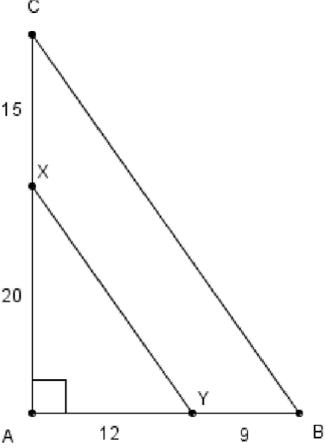
Student 9

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p> $\frac{ AB }{ AY } = \frac{ AC }{ AX }$ $\frac{ AX }{ XC } = \frac{ AY }{ YB }$ </p>	0	0	0
Score	0	0	0

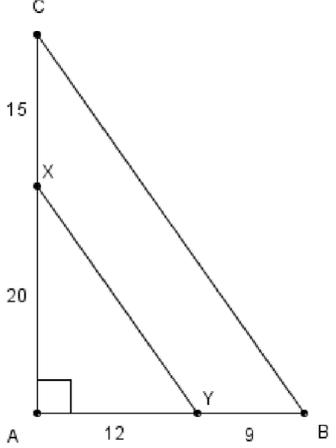
Student 10

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p>Zentrischer Streckung mit Streckzentrum A und Streckfaktor $\frac{7}{4}$ (Zentrische Streckung)</p>	1	C2	0
<p>$\triangle AXY \sim \triangle ABC$ sind ähnlich. (Ähnlichkeit)</p>	1	C4	0
<p>Strahlensatz $\frac{ AY }{ AB } = \frac{ AX }{ AC }$ (Strahlensatz)</p>	1	C1	0
Score	3	3	0

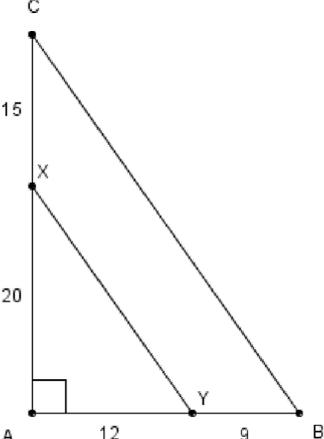
Student 11

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p>Verhältnis gleiche</p> $\frac{ AX }{ XC } = \frac{ AY }{ YB } = \frac{4}{3}$	0	0	0
Score	0	0	0

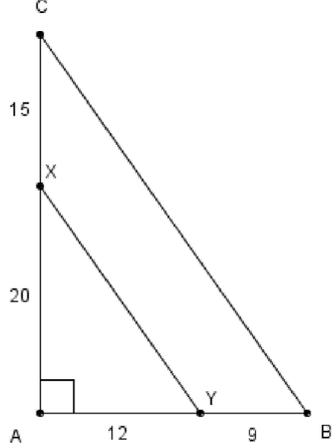
Student 12

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p data-bbox="236 779 598 862">Strahlensatz $\frac{ AY }{ AB } = \frac{ AX }{ AC }$</p> <p data-bbox="236 862 422 896">(Strahlensatz)</p>	1	C1	0
Score	1	1	0

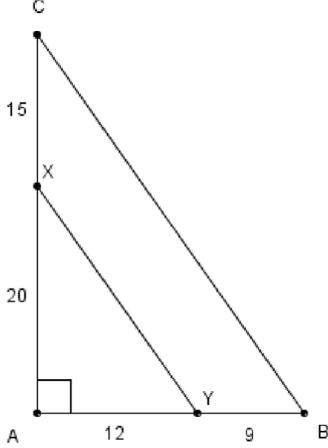
Student 13

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p>Über Verhältnisse: $\frac{12}{21} = \frac{20}{35}$</p>	0	0	0
<p>Über die Ähnlichkeit von Dreiecken</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\triangle AYX$ und $\triangle ABC$ stimmen in Winkel α überein ▪ Die Katheten von $\triangle ABC$ sind nur eine Verlängerung der Katheten von $\triangle AYX$. <p>Winkel β, γ sind auch gleich. ... $\overline{XY} \parallel \overline{CB}$ (Ähnlichkeit)</p>	1	C4	0
<p>Zentrische Streckung vom Punkt A aus mit festem Streckfaktor. (Zentrische Streckung)</p>	1	C2	0
Score	3	2	0

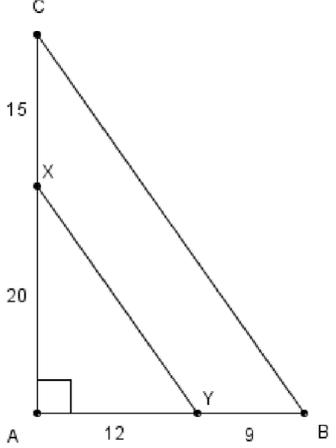
Student 14

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p data-bbox="236 772 427 851">Strahlensatz (Strahlensatz)</p>	1	C1	0
Score	1	1	0

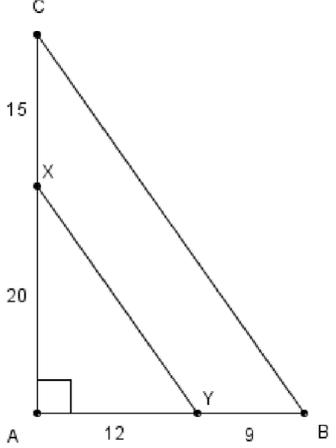
Student 15

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p>Strahlensatz</p> $\frac{35}{20} = \frac{21}{12}$ <p>(Strahlensatz)</p>	1	C1	0
<p>Steigung ist gleich</p> $\tan \angle XYA = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$ $\tan \angle CBA = \frac{35}{21} = \frac{5}{3}$ <p>(gleiche Steigung 1)</p>	1	C3	4
<p>Beweise über sin und cos auch möglich.</p> <p>(sin und cos)</p>	1	C3	4
<p>Ähnlich Dreiecke $\triangle AYX$ und $\triangle ABC$</p> $\frac{35}{20} = \frac{21}{12} = \frac{ BC }{ XY }$ <p>(Ähnlichkeit)</p>	1	C4	0
Score	4	4	8

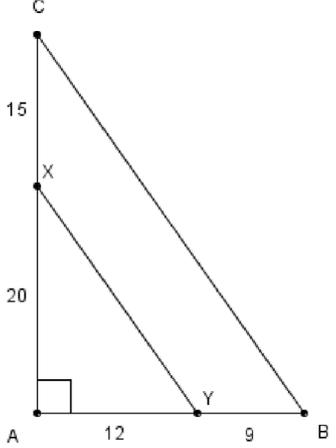
Student 16

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p data-bbox="239 772 566 853"> $\frac{20}{12} = \frac{15}{9} \quad \frac{ AX }{ AY } = \frac{ XC }{ YB }$ </p>	0	0	0
Score	0	0	0

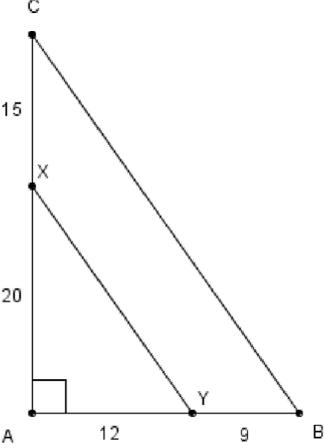
Student 17

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p data-bbox="239 772 518 851"> $\frac{12}{9} = \frac{20}{15}$ sind gleich. </p>	0	0	0
Score	0	0	0

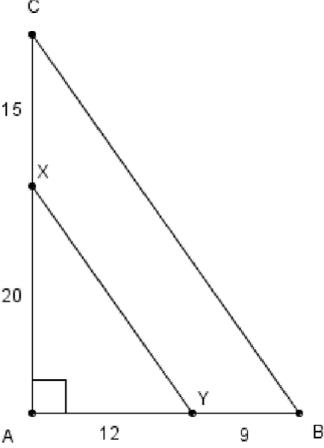
Student 18

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p data-bbox="236 779 1007 925">Strahlensatz $\frac{12}{9} = \frac{20}{15}$... gleicher Abstand zwischen den Linien (Strahlensatz)</p>	1	C1	0
Score	1	1	0

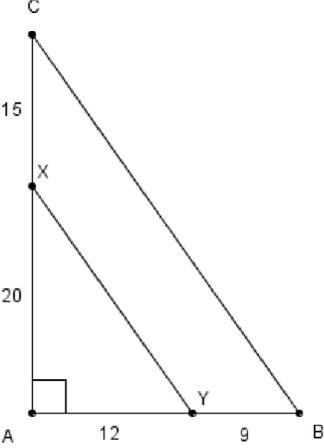
Student 19

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p data-bbox="240 779 352 925"> $\frac{12}{9} = \frac{20}{15}$ $\frac{12}{20} = \frac{21}{35}$ </p>	0	0	0
Score	0	0	0

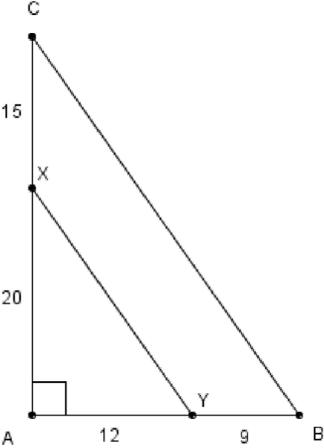
Student 20

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p data-bbox="236 779 624 891">Streckung um den Faktor $\frac{7}{4}$ (Zentrische Streckung)</p>			
Strahlensatz (Strahlensatz)	1	C2	0
Score	2	2	0

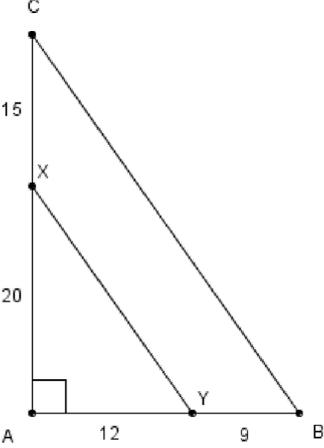
Student 21

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p>Das $\triangle ABC$ hat seinen rechten Winkel in A.</p> $\frac{ AY }{ YB } = \frac{4}{3} \text{ und } \frac{ AX }{ XC } = \frac{4}{3}$ $\frac{ AY }{ AB } = \frac{4}{7} \text{ und } \frac{ AX }{ AC } = \frac{4}{7}$ <p>Der Winkel am Punkt Y entspricht dem vom B ... Stufenwinkel. Der Winkel am Punkt X entspricht dem vom C ... Ähnlich Dreiecke. (Ähnlichkeit)</p>	1	C4	0
Score	1	1	0

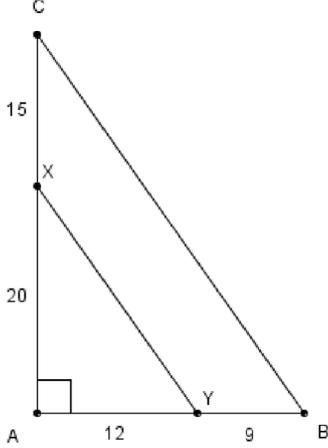
Student 22

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p>Über Zentrischer Streckung (Zentrische Streckung)</p>	1	C2	0
Score	1	1	0

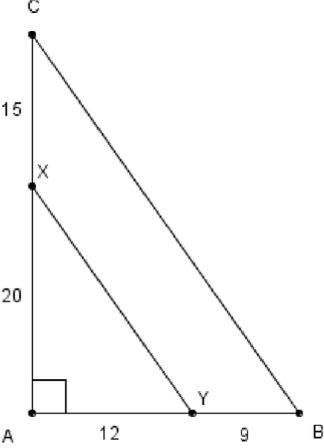
Student 23

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p data-bbox="240 779 810 853"> $\frac{12}{9} = \frac{20}{15}$ Streckung um gleichen Faktor $\frac{7}{4}$ (Zentrische Streckung) </p>	1	C2	0
Score	1	1	0

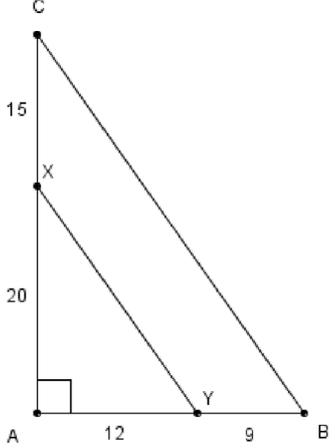
Student 24

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p>Beide haben die gleiche Steigung:</p> $m_{XY} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$ $m_{BC} = \frac{35}{21} = \frac{5}{3}$ <p>(gleiche Steigung 2)</p>	1	C5	4
<p>Strahlensatz</p> $\frac{12}{ XY } = \frac{21}{ CB }$ $ XY = \sqrt{12^2 + 20^2} = 23,32$ $ CB = \sqrt{21^2 + 35^2} = 40,82$ $\frac{12}{23,32} = \frac{21}{40,82}$ $0,51 = 0,51$ <p>(Strahlensatz)</p>	1	C1	0
<p>Zentrischer Streckung:</p> <p>Streckfaktor $h = 1,75 \dots \Delta ABC \equiv \Delta AYX$</p> <p>(Zentrische Streckung)</p>	1	C2	0
<p>Über Ähnlichkeit</p> <p>(Ähnlichkeit)</p>	1	C4	0
Score	4	4	4

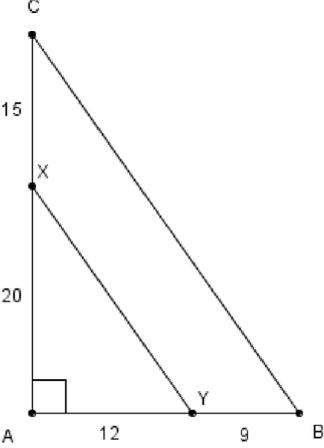
Student 25

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p>$\triangle AYX \sim \triangle ABC$ (Ähnlichkeit)</p>	1	C4	0
$\frac{12}{20} = \frac{12+9}{20+15} = \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$ <p>gleich Verhältnis der Strecken Strahlensatz stimmt Parallelen $\overline{XY} \parallel \overline{CB}$ (Strahlensatz)</p>	1	C1	0
<p>Koordinatensystem A = O Punkt $\overline{AB} = X$-Achse $\overline{AC} = Y$-Achse $y_1 = -\frac{5}{3}x + 20$ $y_2 = -\frac{5}{3}x + 35$ gleich Steigung (gleiche Steigung 3)</p>	1	C5	4
Score	3	3	4

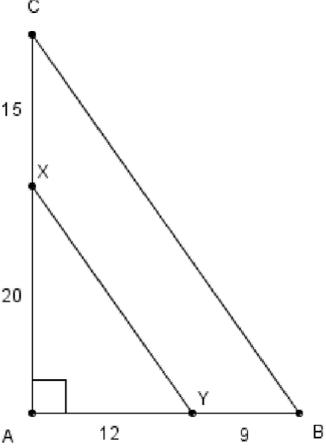
Student 26

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
<div style="text-align: center;">  </div> <p> $\frac{12}{9} = \frac{20}{15}$ X und Y teilen die Strecken \overline{AB}, bzw. \overline{AC} im gleichen Verhältnis, nämlich $\frac{4}{3}$. Strahlensatz (Strahlensatz) </p>	1	C1	0
Score	1	1	0

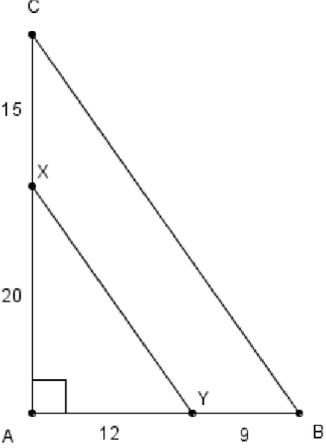
Student 27

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p data-bbox="240 779 443 936"> $\frac{ XY }{ CB } = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$ $= \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$ </p> <p data-bbox="240 969 453 1122"> $\frac{12}{9} = \frac{20}{15}$ $\frac{15 + 20}{20} = \frac{9 + 12}{12}$ </p>	0	0	0
Score	0	0	0

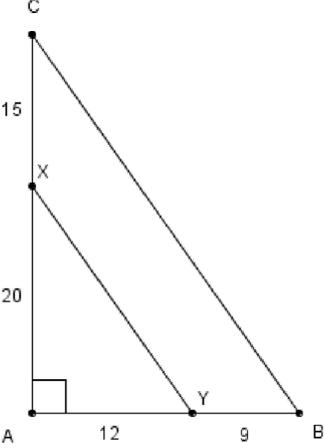
Student 28

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p> $\frac{12}{9} = \frac{20}{15}$ $\frac{12}{20} = \frac{21}{35}$ </p>	0	0	0
Score	0	0	0

Student 29

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p> $\frac{12}{9} = \frac{20}{15}$ $\triangle AXY \sim \triangle ABC$ $\angle BAC = 90^\circ$ $\frac{20}{12} = \frac{15}{9}$ (Ähnlichkeit) </p>	1	C4	0
Score	1	1	0

Student 30

Student's Responses	Flu.	Flex.	Ori.
 <p> $\frac{ AB }{ AY } = \frac{ AC }{ AX }$ also auch $\frac{ CB }{ XY }$ $\Delta AXY \sim \Delta ACB$ (Ähnlichkeit) </p>	1	C4	0
Score	1	1	0

Originality Scores for Students' Responses on Item 7

Student's Responses	Frequency	Originality Scores
$\frac{BA}{YA} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}, \quad \frac{CA}{XA} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ <p>Da die Teilverhältnisse auf den beiden Strahlen AB^+ und AC^+ gleich sind, gilt nach der Umkehrung des ersten Strahlensatzes: $\overline{XY} \parallel \overline{CB}$</p> <p>(Strahlensatz)</p>	11	0
<p>Zentrische Streckung:</p> <p>Streckzentrum A, Streckfaktor $h = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$</p> <p>$Z(\triangle AXY) = \triangle ABC$</p> <p>Weil die Zentrum Streckung parallelentreu ist gilt $\overline{XY} \parallel \overline{CB}$</p> <p>(Zentrische Streckung)</p>	9	0
<p>Die beiden Dreiecke $\triangle AXY$ und $\triangle ACB$ haben einen gemeinsamen rechten Winkel an A und</p> $\frac{ \overline{AB} }{ \overline{AY} } = \frac{ \overline{AC} }{ \overline{AX} }$ <p>$\triangle AXY \sim \triangle ACB$</p> <p>(Ähnlichkeit)</p>	9	0
<p>Steigung ist gleich</p> $\tan \sphericalangle XYA = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$ $\tan \sphericalangle CBA = \frac{35}{21} = \frac{5}{3}$ <p>(gleiche Steigung 1)</p>	1	4
<p>Beide haben die gleiche Steigung:</p> $m_{xy} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$ $m_{BC} = \frac{35}{21} = \frac{5}{3}$ <p>(gleiche Steigung 2)</p>		

<p>Koordinatensystem A = O Punkt $\overline{AB} = X\text{-Achse}$ $\overline{AC} = X\text{-Achse}$ $y_1 = -\frac{5}{3}x + 20$ $y_2 = -\frac{5}{3}x + 35$ gleich Steigung (gleiche Steigung 3)</p>		
<p>Beweis über sin und cos auch möglich zur Winkelberechnung. (sin und cos)</p>	1	4